




MESTRES
da **EDUCAÇÃO**

MEDINDO O IMPOSSÍVEL!?

PEDRO ROMÃO BATISTA DE VASCONCELOS PEREIRA



PEDRO ROMÃO BATISTA DE VASCONCELOS PEREIRA
PROFESSOR DE MATEMÁTICA

MEDINDO O IMPOSSÍVEL!?

DESCRITORES ENVOLVIDOS

- ❖ Língua Portuguesa
 - D9, D10 e D11.
- ❖ Matemática
 - 9º Ano: D10, D22, D25, D27 e D30;
 - 1ª Série do Ensino Médio: D11, D12, D17, D21, D45, D46 e D54.

Campina Grande, PB

2019



SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	03
1.1. Dados das avaliações da escola trabalhados	04
1.2. Descritores trabalhados	05
2. JUSTIFICATIVA	07
3. OBJETIVOS ALCANÇADOS	08
4. DESENVOLVIMENTO	10
5. CRONOGRAMA	12
6. CONCLUSÃO	13
7. ANEXOS	14
8. REFERÊNCIAS	29



1. APRESENTAÇÃO

Inaugurada em 2001, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Prefeito Williams de Sousa Arruda fica localizada no bairro dos Cuités, em Campina Grande. Até o ano de 2018, nossa escola ofertava o Ensino Fundamental I, o Ensino Fundamental II, o Ensino Médio e a Educação de Jovens e Adultos. Já no corrente ano, a referida escola passou a ser Escola Cidadã Integral híbrida (com Fundamental II e Médio na parte integral, e Educação de Jovens e Adultos no turno da noite), passando a designar-se Escola Cidadã Integral Estadual de Ensino Fundamental e Médio Prefeito Williams de Sousa Arruda.

Todos os diagnósticos realizados em nossa escola, no corrente ano e em anos anteriores, a nível interno e externo, mostram-nos que o desempenho dos alunos na área de Matemática está aquém do satisfatório. As razões para isto são diversificadas, porém destaco duas: (1) uma formação no Ensino Fundamental I deficitária e (2) falta de valorização, por parte do corpo discente, do que a escola tem a oferecer, isto é, do conhecimento. Ambos esses problemas não são específicos de nossa localidade e nem são tampouco pontuais, e não podemos considerar que um está desconectado do outro enquanto causa e efeito ou até mesmo como relação de alteração mútua.

Pesquisas que realizamos com moradores do bairro mostram que a comunidade que reside nos Cuités é essencialmente formada por pais/mães que possuem baixos salários e baixa escolaridade: 63% ganham até um salário mínimo e 49% ou não estudaram ou estudaram até no máximo o 5º Ano do Ensino Fundamental I. Esses fatos intensificam a desvalorização do estudo, tão presente em nossa escola. Os nossos alunos carecem de exemplos em suas vidas, e tal carência fomenta o advento de pontos de vista que carregam consigo a falta de sentido pontual quando se contempla a centralidade do processo de ensino-aprendizagem e seus elementos adjacentes.

Por outro lado, apesar dos grandes obstáculos, podemos realizar uma prática pedagógica diversificada e mais inclusiva, que traga consigo elementos que possam desfalecer parte desses problemas e que abra portas, revelando novas alternativas e novos caminhos. Foi pensando em alguns desses elementos, mais especificamente em dois deles, que resolvemos implementar o projeto em questão. O primeiro desses elementos é a aproximação dos conteúdos lecionados com o cotidiano dos alunos. O



segundo surge quando não perdemos de vista a importância do conhecimento enquanto conhecimento, como algo estruturante e que pode (e deve) permear nossa personalidade, fazendo-nos transcender o comum e tendo potencial para ser determinante em nossa busca pela realização pessoal e profissional. Assim, nosso projeto, trabalhando com métodos científicos para realizar medições indiretas, possibilita a aproximação entre conteúdos matemáticos e cotidiano bem como mostra como a Matemática nos possibilitou conhecer melhor o mundo do qual fazemos parte, moldando nossa própria visão do cosmos.

1.1. Dados das avaliações da escola trabalhados

Em nosso projeto, trabalhamos vários descritores nos quais nossos alunos tiveram baixo rendimento nos últimos anos. Almejamos, dessa forma, dentre outras melhorias no processo de ensino-aprendizagem, elevar a nota do Williams de Sousa Arruda no IDEB, IDEPB e demais avaliações externas que porventura venham a ocorrer. Abaixo, podemos conferir como tem se saído nossa escola no IDEPB nos últimos anos.

Quadro 01 – Dados do IDEPB

IDEPB (Fundamental e Médio)	2017	2018
Língua Portuguesa	9º Ano	5,77
	3ª Série	4,99
Matemática	9º Ano	5,18
	3ª Série	4,10

Fonte: Autor.

Podemos notar, observando os dados expostos no Quadro 01, uma queda nas notas nos últimos anos, tanto em Língua Portuguesa como em Matemática, queda esta a que atribuímos vários fatores, tais como aumento da evasão, reforma problemática pela qual nossa escola passou em 2018 e até mesmo o desinteresse dos alunos pelos estudos, fruto de um complicado emaranhado de causas e efeitos, que abarcam desde questões emocionais e cognitivas até questões culturais.



1.2. Descritores trabalhados

São vários os descritores que trabalhamos ao longo da execução de nosso projeto. Além disso, habilidades presentes na BNCC como “resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais” (BRASIL, 2017, p. 311), além das habilidades EF08MA11, EF08MA13, EF09MA04, EF09MA07, EF09MA12 e EF09MA18 (BRASIL, 2017, p. 311-317) e também competências do Avaliando IDEPB tais como “medir grandezas” ou “utilizar procedimentos algébricos” (PARAÍBA, 2016, p. 34) foram muito exploradas. Abaixo, podemos conferir a lista de descritores.

1.2.1. Língua Portuguesa

- D9: Identificar o tema central de um texto;
- D10: Distinguir fato de uma opinião;
- D11: Interpretar textos não verbais e textos que articulam elementos verbais e não verbais.

1.2.2. Matemática

Nono Ano

- D10: Resolver problema utilizando razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- D22: Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados;
- D25: Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação);
- D27: Resolver problema que envolva porcentagem;
- D30: Resolver problema que envolva equação do 1º grau.

Primeira Série do Ensino Médio

- D11: Resolver problema envolvendo Teorema de Tales;



- D12: Utilizar as relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos;
- D17: Resolver problema envolvendo semelhança de triângulo;
- D21: Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida;
- D45: Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação);
- D46: Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas;
- D54: Resolver problemas envolvendo o cálculo de porcentagem.

Observação: Atualmente, nossa escola não possui turma de 3^a Série do Ensino Médio na parte integral. Portanto, não citamos descriptores de tal turma.



2. JUSTIFICATIVA

“Como os cientistas calculam a distância da Terra até o Sol ou o diâmetro do Universo Observável? Como podemos calcular a altura de uma montanha?”. Essas são, muitas vezes, algumas das dúvidas que nossos alunos trazem para sala de aula. E são dúvidas pertinentes, tendo em vista que muitas dessas medições envolvem observações sistemáticas nem sempre simples, cálculos complexos e métodos não tão óbvios. É importante lembrar, também, que muitas dessas medidas são estimativas não muito precisas, o que nos releva a complexidade e dificuldade no processo de realização de certas medidas e, por conseguinte, de compreensão delas.

Além disso, estamos vivenciando um período em que teorias da conspiração, impulsionadas pelas redes sociais e, em sua maior parte, fomentadas pelo desconhecimento do poderio da ciência e da Matemática, têm adquirido intensa força e muitos seguidores. Teorias como a não ida do homem à Lua e, mais recentemente, a da Terra plana, evidenciam não apenas o desconhecimento de métodos e fatos científicos como também um nível muito baixo no poder de análise de parte considerável das pessoas. Dessa forma, partindo de uma problemática mais geral até chegar numa específica, este projeto surgiu com o intuito de apresentar para os alunos alguns métodos científicos utilizados em medições indiretas, possibilitando uma aproximação da Matemática e do cotidiano e mostrando como ela nos ajuda a compreender o mundo a que pertencemos. Para tanto, ferramentas da Matemática e da Física foram utilizadas, como conceitos relacionados às relações métricas no triângulo retângulo, paralaxe, espectro de luz e desvio para o vermelho, Teorema de Tales e alguns outros.

Ao mesmo tempo em que métodos poderosos de medições serão explorados; ao mesmo tempo, também, que uma problemática mais geral estará sendo abordada, alguns dos descritores do IDEPB, nos quais nossos alunos têm demonstrado dificuldades nos últimos anos, serão explorados com o intuito de aperfeiçoar o processo de ensino-aprendizagem e, por conseguinte, elevar a proficiência de nossos alunos no IDEPB e demais avaliações externas, tanto em Língua Portuguesa como em Matemática. Ademais, um projeto atrativo, e que aproxima a Matemática do cotidiano dos alunos, contribui certamente para reduzir a taxa de reprovação bem como a taxa de evasão escolar em nossa escola.



3. OBJETIVOS ALCANÇADOS

Todos os objetivos elencados no projeto enviado inicialmente foram alcançados, uns com maior êxito, outros com menor. Além disso, um objetivo adicional foi alcançado: a produção de um documentário abordando o projeto, que pode ser assistido aqui <https://www.youtube.com/watch?v=cFrpgwM-9X8>

Em relação ao objetivo geral, realizamos ao longo de todo o projeto medições indiretas diversas e, de fato, de difícil mensurabilidade, como por exemplo altura de prédios e até mesmo a altura da caixa d'água da escola, sem mencionar medições da duração de eventos que ocorrem muito rápido (piscar de olho, pedra caindo de uma altura baixa e outros). Distâncias astronômicas também foram muito bem exploradas por meio do estudo de métodos como o desvio para o vermelho e a paralaxe, possibilitando-nos refletir sobre teorias da conspiração, métodos científicos e sobre como a Matemática teve papel importante na formação da visão que temos do universo atualmente. Algo que estava previsto, no entanto, e que não foi efetivado, foi a medição da velocidade de rotação da Terra utilizando varetas e sombras, pois, por motivos de saúde, o professor de Física, que especificamente nessa parte daria largo suporte, teve que deixar a escola (e tal medição só poderia ser realizada, aqui da Paraíba, nos primeiros meses do ano).

Já em relação aos objetivos específicos, excetuando-se o da velocidade de rotação da Terra, todos foram atingidos:

- Compreender algumas das relações métricas no triângulo retângulo mais relevantes e associar tais relações com os ângulos internos do triângulo (explorado no episódio do Teodolito);
- Utilizar Regra de Três com grandezas direta e inversamente proporcionais (explorado no episódio onde estudamos paralaxe e desvio para o vermelho);
- Conhecer alguns fatos/métodos científicos importantes (desvio para o vermelho, paralaxe, semelhança, efeito Doppler) utilizados em medições indiretas;
- Identificar padrões matemáticos no jogo A Torre de Hanói;



- Analisar mapas da escola e suas respectivas escalas, realizar cálculos de distâncias por meio do mesmo e determinar margens de erro;
- Medir distâncias e alturas de forma indireta, utilizando paralaxe, teodolito, semelhança de triângulos e Teorema de Tales;
- Relacionar a Matemática com nosso dia-a-dia e mostrar como ela molda o conhecimento que temos acerca do próprio universo e, por conseguinte, que temos acerca de nós mesmos.

Evidentemente, esperamos que a melhoria do desempenho dos alunos em Língua Portuguesa e Matemática, objetivo transversal e que permeia todo o projeto, se concretize e seja explicitado quando o resultado das avaliações externas seja divulgado nos próximos meses.



4. DESENVOLVIMENTO

A execução do projeto “Medindo o Impossível!?” iniciou-se em março de 2019, perdurando até outubro. Todas as etapas do projeto abordaram medidas indiretas, foco do projeto. As turmas nas quais o projeto foi realizado foram 8º A, 9º U, 1ª e 2ª Séries do Ensino Médio, tendo a participação de todos os alunos dessas turmas. A centralidade de nosso projeto recaiu sobre medidas indiretas, que nada mais é do que a utilização de uma determinada grandeza, que pode ser medida diretamente, para medir outra grandeza, que então passa a ser medida indiretamente (AKKARI, 2017).

Nos primeiros momentos de execução do referido projeto, foram vistos alguns conceitos importantes, como o de medição indireta. Exemplos de medidas que são calculadas indiretamente a partir de outras foram explorados. Depois desse primeiro momento, partimos para as diferentes etapas exploratórias do projeto, sequenciadas como episódios, sendo 07 (sete) ao todo, mais a culminância, que foi a última etapa.

No primeiro episódio, iniciado na primeira metade do mês de março do corrente ano, trabalhamos com um instrumento de medida chamado Teodolito, um instrumento que serve para medir ângulos, tanto horizontais como verticais. Utilizamos o Teodolito e noções de Trigonometria e calculamos a altura da caixa d’água da escola, altura de prédios e assim por diante (consultar anexo 01).

No segundo episódio, executado em abril, utilizamos a matemática lúdica, mais especificamente o jogo A Torre de Hanói, presente nos materiais do laboratório de Matemática. Neste jogo, há vários padrões e, com alguns deles, é possível explorar a noção de medida indireta (anexo 02).

Em maio, realizamos o terceiro episódio do projeto, no qual foi trabalhado velocidade média. Inicialmente, para a coleta de dados, vários alunos caminharam e correram na quadra da escola, enquanto outros cronometravam o tempo e anotavam os resultados. Tudo foi organizado e tabelado. Depois disso, utilizamos mapas de regiões de Campina Grande e da Paraíba para que pudéssemos calcular, indiretamente, alguns intervalos de tempo (anexo 03).

No episódio quatro, realizado em junho, trabalhamos com um mapa de nossa escola capturado do aplicativo Google Earth. A medição indireta realizada aqui foi determinar o tamanho real de estruturas da escola a partir da escala indicada no mapa (anexo 04).



Ainda no mês de junho, iniciamos o episódio cinco. Aqui, utilizamos vídeos gravados com os *smartphones* para calcular, com alto grau de precisão e indiretamente, o intervalo de tempo em que certos eventos ocorrem (anexo 05).

Saindo do específico para o geral, no episódio seis, realizado em agosto e setembro, dirigimos nosso olhar para o universo e contemplamos toda a sua imensidão. Para isso, estudamos dois métodos poderosos de medição indireta e que possibilitaram à humanidade ter outra visão do cosmos. Esses dois métodos são o desvio para o vermelho e a paralaxe (anexo 06).

Em setembro, no último episódio, estudamos como realizar o cálculo indireto de distâncias horizontais utilizando semelhança de triângulos e um instrumento construído em madeira (anexo 07). Finalmente, no dia 10 de outubro, houve a culminância (anexo 08).



5. CRONOGRAMA

ETAPAS	1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre
1. Elaboração do projeto	X	X	
2. Apresentação do projeto à escola		X	X
3. Execução das atividades		X	X
4. Escrita do relatório			X
5. Socialização dos resultados			X



6. CONCLUSÃO

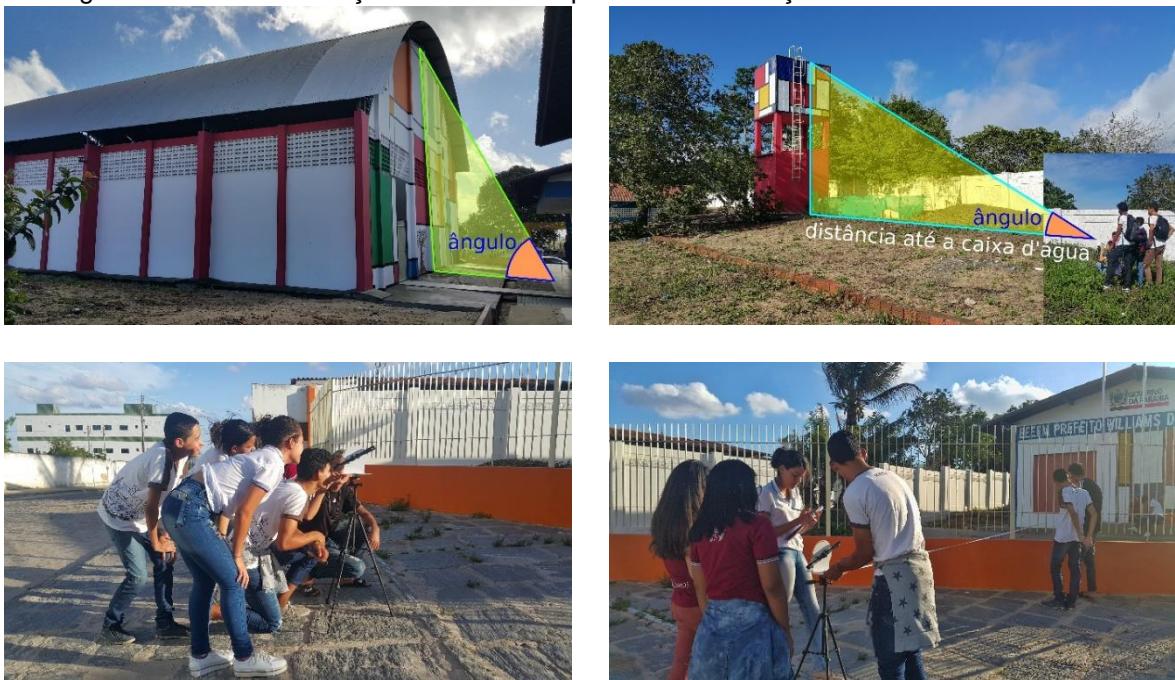
Durante os oito meses de execução do projeto, estudamos e exploramos diversos métodos de medição indireta, que mostraram para os alunos que, em ciência, nada pode vir do nada, que precisamos conhecer melhor os métodos científicos antes de acreditarmos em tantas teorias da conspiração, a maioria fundamentada no desconhecimento da ciência e no desconhecimento do poderio da própria Matemática. Os estudantes também puderam ver como a Matemática está diretamente relacionada com nosso dia-a-dia e como ela, ao longo da história, foi moldando o conhecimento que temos do universo e, por conseguinte, que temos acerca de nós mesmos. Ademais, diluídos nessas várias etapas, diversos descritores do IDEB e do IDEPB foram explorados no projeto “Medindo o Impossível!?” , tanto de Língua Portuguesa (nos diversos textos trabalhados e produções textuais realizadas) como de Matemática (nas diversas atividades, tanto práticas como teóricas).

7. ANEXOS

ANEXO 01

Por meio do Teodolito e utilizando a relação métrica tangente (D10 e D12), é possível medir altura de prédios, altura de torres e montanhas ou mesmo largura de rios e de outras localidades de difícil acesso. Utilizando-se esse método, os alunos fizeram uso de um triângulo retângulo imaginário. Um de seus ângulos internos é dado pelo Teodolito. A partir daí, mediram, pelo chão e utilizando uma trena, a distância de onde estavam com o Teodolito até a base da construção, o que é simples e fácil, e partiram para a determinação da altura. A Figura 01 mostrada abaixo ilustra como essa etapa do projeto foi executada.

Figura 01: Fotos e ilustrações mostrando o processo de medição indireta com o Teodolito.



Fonte: Autor.

Em nossa escola e arredores, nossos estudantes mediram a altura de postes, pequenos prédios, mastro de bandeira, altura da quadra, caixa d'água, dentre outras construções. A Figura 02 mostra alguns dos resultados obtidos.

Figura 02: Banner produzido resumindo esta etapa do projeto.



Fonte: Autor.

Já nesta etapa do projeto também começamos a explorar os descriptores de Língua Portuguesa: um relatório foi solicitado aos alunos. Abaixo, na Figura 03, podemos ver um desses relatórios:

Figura 03: Relatório escrito por um de nossos alunos.

E.C.I Williams de Souza Arrocha Campina Grande PB Disciplina: matemática Professor: Pedro Romão Batista Aluno: João Anderson Salvador Tomoz Série: 2º ano Turma: Unica Turno: Integral		
Relatório Eu João Anderson Salvador Tomoz, Aluno do 2º ano médio. Vou por meio deste relatório, retratar a aula de práticas experimentais da matéria de matemática.		

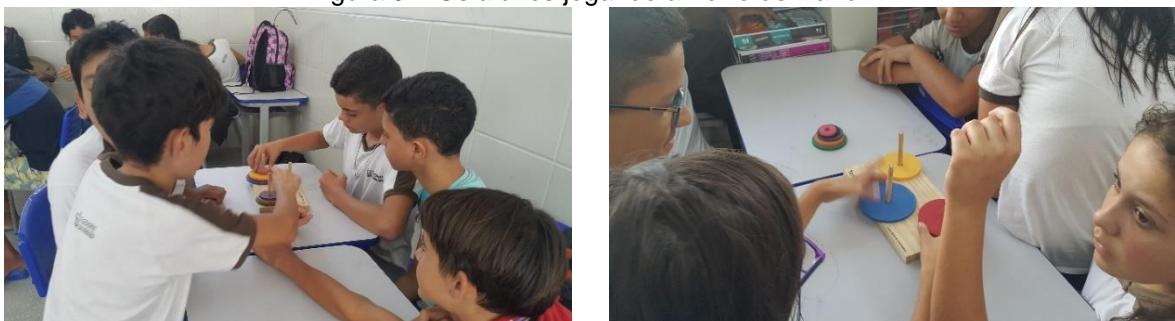
Tem início a aula de práticas experimentais no dia onze de três de dois mil e dezenove administrada pelo professor Pedro Romão Batista estando presente na sala e nove porcento da turma. A turma foi dividida em equipes de três alunos e cada equipe ficou responsável por medir postes da escola, sendo utilizado um teodolito para medir alturas. Ressaltando o uso da trigonometria. Depois de medidas, a turma do 2º ano volta para a sala terminar os cálculos e entregue ao professor. Pedro Romão Batista declara a aula encerrada, e faz o pedido da encenação de dois relatórios sobre a aula. Apresente a mim citado no início e encerre por mim e os demais presentes.

Fonte: João Anderson Salvador (aluno da 2ª Série)

ANEXO 02

A Torre de Hanói é um jogo Matemático composto por três torres e vários discos. O objetivo do jogo é levar todos os discos da primeira torre até a última torre. As regras são simples: o jogador só pode mover um disco por vez, e, além disso, um disco maior não pode ficar sobre um disco menor. Para ganhar o jogo com apenas um disco, é necessária uma única jogada. Com dois discos, são necessárias, no mínimo, três jogadas; com três, já são necessárias sete jogadas; e assim por diante. Existem vários padrões dentro do jogo, e um deles se refere ao número mínimo de jogadas para se ganhar. Por exemplo, para oito discos, são necessárias duzentas e cinquenta e cinco jogadas, no mínimo. Já para dez discos, são necessárias nada menos que um mil e vinte e três jogadas! Nós não precisamos colocar os discos e jogar para chegarmos nesses números. Há uma fórmula matemática que nos dá o número de jogadas ao informarmos o número de discos utilizados. Trata-se de uma Função Exponencial. Assim, com a Torre de Hanói, nós exploramos potenciação no Ensino Fundamental II e Função Exponencial no Ensino Médio, além, é claro, da busca por padrões. Essa foi uma das etapas que mais despertou o interesse dos estudantes, pois possibilitou a junção do lúdico com os conhecimentos matemáticos.

Figura 04: Os alunos jogando a Torre de Hanói.



Fonte: Autor.

Depois de explorarem o jogo, partimos então para a busca de padrões. Dessa forma, os alunos foram desafiados a descobrirem o número mínimo de jogadas necessárias para se ganhar o jogo. A partir daí, foram anotando os resultados no quadro para que algum padrão fosse descoberto. É interessante notar que, mesmo se tratando de uma Função Exponencial, muitos alunos do Ensino Fundamental II descobriram algum padrão matemático nas sequências de números que possibilitou



o cálculo indireto (ou seja, sem a necessidade de se jogar) do número mínimo de jogadas necessárias para se ganhar com, por exemplo, dez discos ou mais.

Figura 05: Coleta de dados e busca por padrões.

A. Tonne de Hamíi	
Discos	Nº Mínimo de jogadas
1	1 ($2^1 - 1$)
2	3 ($2^2 - 1$)
3	7 ($2^3 - 1$)
4	15 ($2^4 - 1$)
5	31 ($2^5 - 1$)
6	

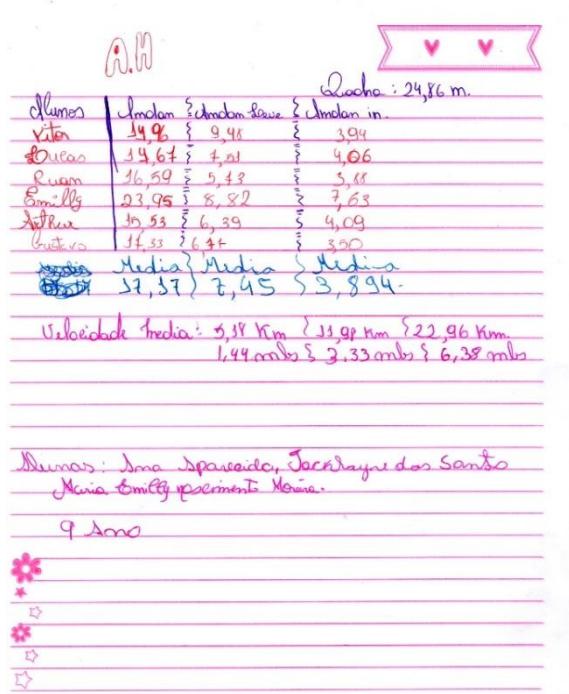
Nº de Discos	Nº Mínimo de Jogadas
01	1
02	3
03	7
04	15
05	31
06	63
07	127
08	255
09	511
10	1.023
20	1.048.575

Fonte: Alunos.

ANEXO 03

Abaixo, na Figura 06, podemos ver a coleta e organização de dados realizadas durante essa etapa:

Figura 06: Coleta, cálculo e organização de dados.



VELOCIDADE MÉDIA			
RESULTADOS DA COLETA DE DADOS – 9º Ano U			
Distância percorrida: 24,86 metros.			
Tempos em segundos.			
Aluno(a)	Caminhada	Corrida leve	Corrida int.
Vítor	14,96	9,48	3,94
Lucas	14,67	7,51	4,06
Ruan	16,59	5,73	3,88
Emilly	23,95	8,82	7,63
Arthur	15,53	6,39	4,09
Gustavo	17,33	6,77	3,50
Médias	17,17	7,45	3,89

TABELA RESUMO	
Estilo	Velocidade Média
Caminhada	1,45 m/s = 5,22 km/h
Corrida leve	3,34 m/s = 12,02 km/h
Corrida intensa	6,39 m/s = 23,00 km/h

Fonte: Alunos e autor.

E abaixo, alguns dos mapas utilizados:

Figura 07: Alguns dos mapas de regiões de Campina Grande utilizados.



Fonte: Autor.

Alguns dos resultados obtidos foram:

- Volta no Açude Velho caminhando: 25 minutos;
- Volta no Açude Velho correndo: 6 minutos;
- De Campina Grande para João Pessoa caminhando: 21 horas;
- De Campina Grande para João Pessoa correndo levemente: 9 horas.

Nesta parte do projeto, pudemos explorar os conceitos de razão (D22), proporção e velocidade média, além de conteúdos como as operações fundamentais (D25 e D45), média aritmética e unidades de medida de tempo e de comprimento (D21).

ANEXO 04

Num primeiro momento, várias cópias do mapa foram entregues aos alunos, que deveriam escolher uma estrutura dentro da escola, medir com a régua e depois realizar os cálculos para determinar, indiretamente, a medida real da estrutura. Num segundo momento, os alunos saíram de sala de aula munidos de uma trena de 30 metros para realizar a medição direta das estruturas. Ao final, os resultados foram organizados, comparados e a margem de erro foi calculada. Ao detectarmos uma margem de erro elevada, novas medições foram realizadas para tentarmos identificar a causa de uma discrepância acentuada. Dessa forma, variados temas matemáticos foram explorados nesta etapa, como as operações fundamentais e porcentagem (D27 e D54).

Figura 08: Medindo indiretamente por meio de escala.



Fonte: Alunos e autor.

Depois da coleta dos dados, dos cálculos e da organização dos resultados, fizemos uma análise das margens de erro obtidas e, além disso, estudamos três erros comuns na realização de medições: erros grosseiros, erros sistemáticos e erros aleatórios ou acidentais. Aqui, fizemos a leitura e estudo de textos, oportunidade na qual exploramos alguns dos descritores de Língua Portuguesa (D09 e D10).

Tabela 01: Coleta, cálculo e organização de dados.

TABELA-RESUMO (COLETA DE DADOS)

EQUIPE	O QUE MEDIU?	RESULTADO (MAPA)	RESULTADO REAL	MARGEM DE ERRO
Karla e Lucas	Largura da secretaria	14,80 m	13,52 m	1,28 m (9,46%)
Sarah Goiana	Bloco de salas	51,80 m	51,00 m	0,80 m (1,57%)
Erick, Kauã e Kleiton	Largura da quadra	37,74 m	21,10 m	16,64 m (78,86%)
Brenda, Elnatâ e Felipe	Bloco de salas	52,54 m	52,14 m	0,40 m (0,77%)
Emilly, Lyra e Sonali	Comprimento da quadra	35,52 m	30,35 m	5,17 m (17%)
Bianca e Erika	Comprimento da quadra	36,26 m	31,80 m	4,46 m (14%)
Ezequias, Gessé e Lucas	Largura da quadra	22,20 m	28,00 m	5,80 m (20,7%)
Ingrid Kelly	Largura da secretaria	18,50 m	17,00 m	1,50 m (8,82%)

Fonte: Alunos e autor.

ANEXO 05

Um vídeo nada mais é do que uma sequência de imagens. O número de quadros por segundo (*frames* por segundo, ou simplesmente FPS) em um vídeo indica quantas imagens são mostradas em apenas 1 segundo de reprodução do vídeo. Quanto mais alto esse valor, mais imagens por segundo são gravadas e mostradas. Foi por meio dessa informação que realizamos cálculos de intervalos de tempo com alta precisão. Por exemplo, usar um cronômetro para determinar o intervalo de tempo que uma pessoa leva para piscar o olho não é um bom método de medição (neste caso, medição direta), pois a tendência é que a imprecisão seja enorme. Por outro lado, filmar uma pessoa piscando o olho e depois analisar o vídeo quadro a quadro para determinar o intervalo de tempo do evento traz um resultado de alta precisão. Foi isso o que fizemos nesse método de medição indireta. Na Figura 09 podemos ver fotos da preparação dos alunos da 1ª Série do Ensino Médio para uma das gravações.

Figura 09: O “piscar de olho” sendo gravado pelos estudantes.



Fonte: Nicoli Alves Cavalcanti (aluna).

O cálculo para a determinação dos intervalos de tempo não é complicado. Primeiro gravamos vídeos a sessenta quadros por segundo (60 FPS). Depois, analisando o vídeo quadro a quadro, os alunos contaram quantos quadros estão envolvidos no evento em foco. No final, basta dividir esse número por sessenta. Nessa parte do projeto também utilizamos um aplicativo para Android chamado Frame Player: trata-se de um reprodutor de vídeo que possibilita avançar ou retroceder o

vídeo quadro a quadro. Nele também é possível aplicar zoom a qualquer quadro para uma análise mais detalhada da cena.

Esses experimentos também nos permitiram mergulhar um pouco no mundo da Física: por que a pedra caiu mais rápido que a folha? Por que a luz acendeu tão rápido? Em relação à primeira pergunta, tanto a folha como a pedra foram soltos de uma mesma altura (1,5 m), mas os resultados foram diferentes: a folha chegou ao chão em 0,72 segundo, enquanto a pedra atingiu o chão em apenas 0,53 segundo. Passamos então a debater a resistência do ar e o fato de que o tempo de queda independe da massa do corpo (sem a resistência do ar, quaisquer dois corpos soltos ao mesmo tempo e da mesma altura caem juntos e chegam juntos ao chão, mesmo que os objetos em questão sejam uma pena e uma marreta). Além disso, de acordo com a fórmula da Física $d = gt^2/2$, um objeto solto a 1,5 m de altura deve levar cerca de 0,55 segundo para atingir o solo na ausência de ar. Essa diferença minúscula entre 0,53 segundo e 0,55 segundo nos permitiu explorar um outro aspecto das medições: os erros inerentes aos métodos – por melhor que seja o método de medição, dificilmente ele deixará de trazer consigo alguma margem de erro.

Figura 10: Sequência de frames capturados de um dos vídeos gravados.



Fonte: Alunos.

Figura 11: Um de nossos alunos deixando uma pedra cair enquanto outro gravava a cena.



Fonte: Alunos.

ANEXO 06

Essa foi, com efeito, a parte mais teórica do projeto, e muitos textos (incluindo trechos do livro *O Universo Numa Casca de Noz*, de Stephen Hawking), imagens, vídeos e, por conseguinte, descriptores de Língua Portuguesa foram explorados aqui (D09, D10 e D11). Podemos compreender o desvio para o vermelho a partir de nossa experiência cotidiana com o barulho do motor dos automóveis ou de suas buzinas: conforme se aproximam de nós a certa velocidade, o som vai ficando mais agudo. Conforme se distanciam, o som vai ficando mais grave. Essa diferença tem a ver com o comprimento de onda: quando uma fonte sonora se aproxima, o comprimento das ondas sonoras fica mais curto. Da mesma forma, quando a fonte se afasta, o comprimento de onda aumenta e o som fica mais grave. A luz é também uma onda, e algo similar ocorre. Comprimentos de onda mais curtos tendem para o azul, e comprimentos de onda mais longos tendem para o vermelho. Assim, quando um objeto se aproxima de nós a uma altíssima velocidade, ele ficará azulado; se, ao contrário, estiver se afastando, ele ficará avermelhado. Este é, com efeito, o chamado desvio para o vermelho. Na primeira metade do século vinte, Hubble notou que a grande maioria das galáxias tinham um aspecto avermelhado, ou seja, estavam se afastando de nós. E não apenas isso: quanto mais longe, mais avermelhadas eram as galáxias; ou seja, quanto mais longe, maior a velocidade com que as galáxias se afastam de nós. Portanto, o desvio para o vermelho possibilitou a descoberta da expansão do universo, uma das maiores revoluções intelectuais do Século XX.

Já em relação à paralaxe, trata-se da diferença na posição aparente de um objeto visto por observadores em locais distintos. Também é uma experiência cotidiana. Quando nos movimentamos, os objetos mais próximos parecem se mover mais que os objetos mais distantes. Assim, de acordo com o movimento aparente dos objetos, podemos determinar se estão próximos ou distantes. É por meio do método da paralaxe que os cientistas estimam a distância até as estrelas, já que a Terra se movimenta pelo espaço à impressionante velocidade de aproximadamente trinta quilômetros por segundo. Assim, conforme os meses passam e observamos o céu, as estrelas que parecem se mover mais estão mais perto da Terra; as que se movem menos estão mais distantes, e tanto mais distantes estarão quanto menos se moverem.

Em nossa escola, evidentemente, não temos equipamentos sofisticados para realizar medidas indiretas de distância envolvendo as estrelas, mas ainda assim realizamos experiências de paralaxe utilizando fotografias. No experimento mostrado nas fotografias abaixo (Figura 12), temos um aluno próximo e uma aluna mais distante em relação à câmera. Ambos foram fotografados duas vezes, de posições ligeiramente distintas. Conhecendo-se a distância até o aluno mais próximo, o que é fácil de medir, e determinando, pelas próprias fotografias, o comprimento do deslocamento aparente de ambos, é possível calcular, de forma indireta, a que distância a aluna mais distante está.

Figura 12: Utilizando a paralaxe para realizar medições indiretas.



Fonte: Autor.

Realizamos esses cálculos em sala de aula utilizando Regra de Três Simples com grandezas inversamente proporcionais (D46), pois quanto menor o deslocamento aparente, mais distante o objeto estará.

ANEXO 07

Aqui estudamos como realizar o cálculo indireto de distâncias utilizando semelhança de triângulos (D11, D17 e D30), que nos dá um leque de opções diversificadas, constituindo-se um método poderoso para o cálculo de certas distâncias, pois não é necessário se deslocar até o objeto ou estrutura alvo da medição. A ideia base aqui foi construir uma espécie de quadrado de madeira com cada lado medindo 50 cm. Um dos lados sobressai-se em relação aos outros e nele foi colada uma fita métrica. Também faz parte da construção cinco pitões, sendo um móvel. A utilização desse instrumento ocorre da seguinte forma: primeiramente, deve-se posicioná-lo de modo a visualizar o objeto ou a estrutura, da qual queremos saber a distância a que estamos, por meio dos dois pitões fixos. O mesmo deve ser feito do outro lado do quadrado, só que para isso recorremos ao pitão móvel para ajustar a visualização. A fita métrica colada na estrutura serve para indicar quantos centímetros o pitão móvel teve que se deslocar. A partir daí, utilizando o conceito de semelhança de triângulos, podemos calcular a que distância está o objeto foco da medição.

Figura 13: Construção em madeira para realização de medições indiretas de distâncias horizontais.

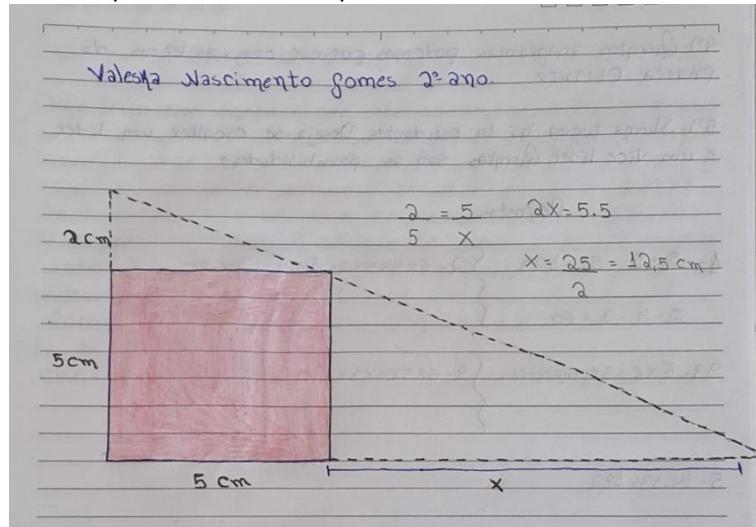


Fonte: Autor.

Depois da construção do instrumento, foram trabalhados nas turmas vários problemas matemáticos envolvendo semelhança de triângulos. Um deles servia de

modelo para as futuras medições indiretas a serem realizadas com o instrumento de madeira. A Figura 14 mostra como foi esse problema:

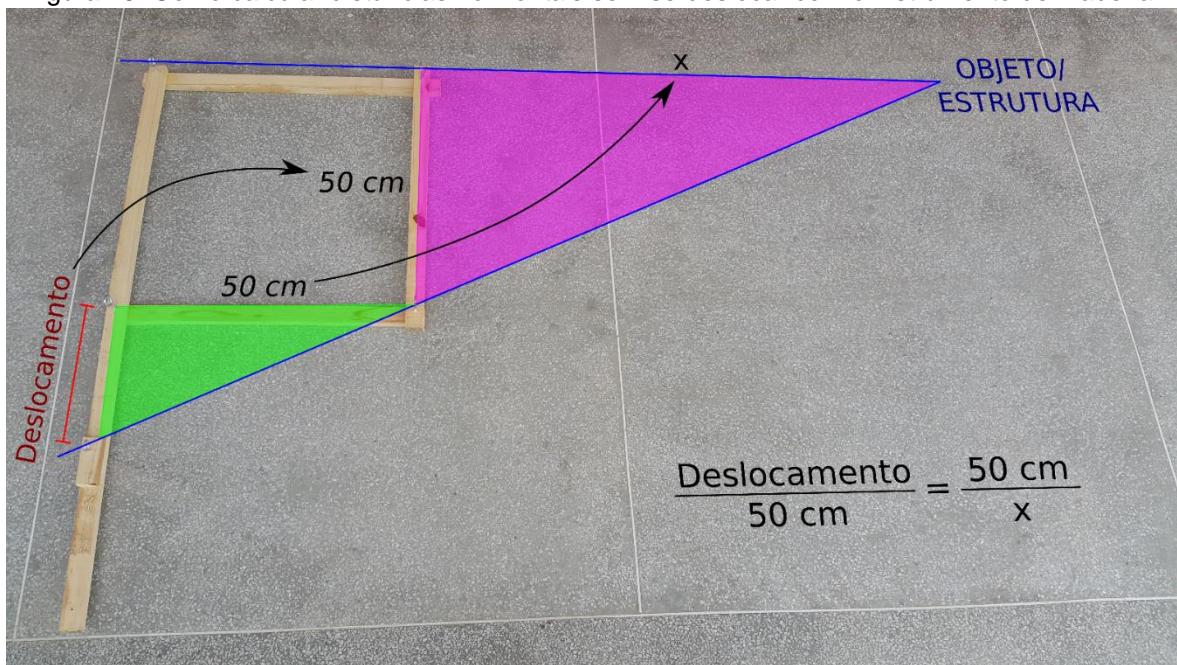
Figura 14: Preparando os alunos para utilizarem o instrumento de madeira.



Fonte: Autor.

Já na ilustração exibida na Figura 15, podemos ver como o instrumento funciona com mais detalhes:

Figura 15: Como calcular distâncias horizontais sem se deslocar com o instrumento de madeira.

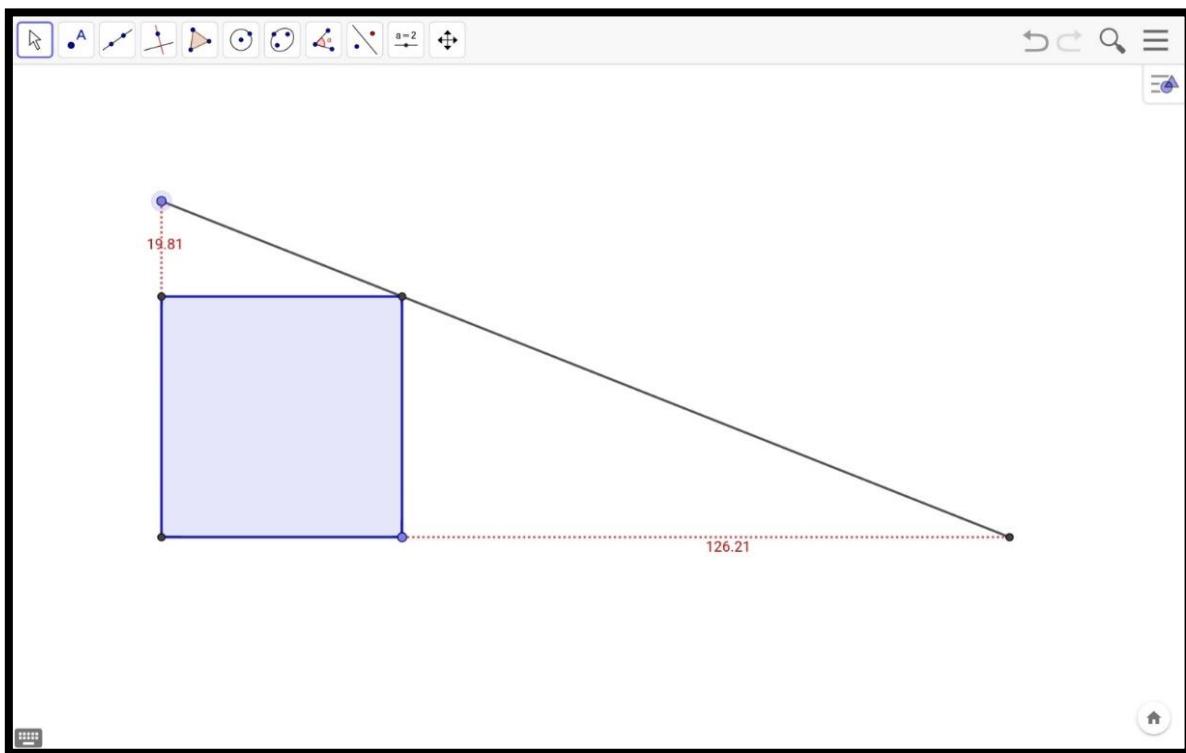


Fonte: Autor.

Na parte mais prática desse episódio, a turma foi dividida em trios. Cada trio deveria escolher (oportunidade na qual trabalhamos o protagonismo), dentro da

escola ou em seus arredores, algo a ser medido horizontalmente e de forma indireta. Depois da coleta de dados em campo, os trios retornavam para a sala de aula para realizarem os cálculos e, assim, determinarem indiretamente distâncias horizontais. Como os alunos já haviam resolvido problemas similares, uma construção geométrica dinâmica, que modela essa situação, foi realizada no aplicativo GeoGebra: assim, os grupos utilizaram a referida construção no referido aplicativo para executarem os cálculos de forma automatizada. Aqui novamente trabalhamos a inclusão digital com a utilização de outro aplicativo. A Figura 16 mostra uma captura de tela da construção criada pelo 9º Ano do Ensino Fundamental II.

Figura 16: Utilizando o aplicativo GeoGebra para agilizar os cálculos.



Fonte: Alunos e autor.

Depois de várias medições indiretas de distâncias horizontais realizadas dentro e fora da escola, finalizamos esse episódio com um debate acerca de margem de erro e de como métodos de medição indireta, como o visto nesta etapa, são utilizados para a medição de distâncias astronômicas. Na Figura 17 encontramos diversas fotos desse episódio.

Figura 17: Fotos e ilustrações da execução do episódio 07.



Fonte: Autor.

ANEXO 08

A culminância ocorreu na Mostra Pedagógica da escola. Foi o momento de rever muito do que estudamos ao longo do ano, até mesmo porque o projeto não foi curto, tendo duração de aproximadamente 8 meses. Abaixo, na Figura 18, podemos ver várias fotos do dia da culminância.

Figura 18: Culminância.



Fonte: Autor.

Assim como previsto no projeto inicial enviado, na parte da culminância fizemos demonstrações públicas de alguns métodos, exposição teórica e exposição dos vários dos resultados obtidos.



8. REFERÊNCIAS

AKKARI, Alessandra Cristina Santos. *Metrologia e Controle Geométrico*. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional, 2017.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 15 de julho de 2019.

GLEISER, Marcelo. *A Dança do Universo: Dos Mitos de Criação ao Big Bang*. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

HAWKING, Stephen. *O Universo Numa Casca de Noz*. São Paulo: Editora ARX – 9^a ed., 2002.

PARAÍBA. Secretaria de Estado da Educação da Paraíba. Avaliando IDEPB – 2016 / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd (Revista do Professor – Matemática).